18 LINGKARAN

KOMPETENSI 3

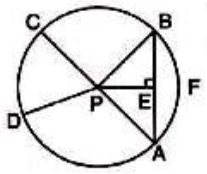
Memahami konsep kesebangunan, sifat dan unsur bangun datar, serta konsep hubungan antarsudut dan/atau garis, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.

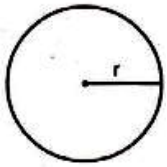
INDIKATOR 3.7

Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan unsur-unsur/bagian-bagian lingkaran atau hubungan dua lingkaran.

A. Unsur-unsur Lingkaran.

1. Jari-jari: jarak dari pusat lingkaran ke titik pada lingkaran. Contoh: AP, BP, CP, DP.
2. Tali busur: garis yang menghubungkan dua titik pada lingkaran. Contoh AC, AB.
3. Diameter: tali busur yang melalui pusat lingkaran. Contoh: AC.
4. Apotema: jarak tali busur ke pusat lingkaran. Contoh: EP.
5. Busur: garis lengkung yang menghubungkan dua titik pada lingkaran. Busur bagian dari keliling lingkaran. Contoh: garis lingkung AB.
6. Juring: daerah yang dibatasi oleh dua jari-jari dan sebuah busur. Juring merupakan bagian dari luas lingkaran. Contoh: daerah CPD.
7. Tembereng: daerah yang dibatasi dengan tali busur dan busur lingkaran. Contoh: daerah AFB.





B. Luas dan Keliling.

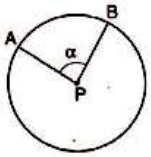
$L = \pi r^2$; r = jari – jari

$K = 2\pi r$

$\pi = \frac{22}{7} \approx 3{,}14$

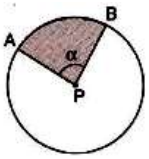
C. Panjang Busur.

$$\text{Panjang busur AB} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times \text{keliling lingkaran} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times 2\pi r$$



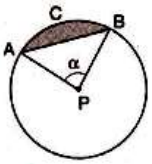
D. Luas Juring.

$$\text{Luas juring PAB} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times \text{luas lingkaran} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times \pi r^2$$



E. Luas Tembereng.

Luas tembereng ABC = luas juring PBCA – luas ΔPAB

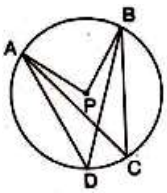


F. Sudut-sudut pada Lingkaran dan Hubungannya.

$\angle$APB merupakan sudut pusat.

$\angle$ACB dan $\angle$ADB merupakan sudut keliling.

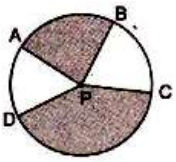
2. Jika sudut pusat dan sudut keliling menghadap busur yang sama maka besar sudut pusat sama dengan dua kali besar sudut keliling.
   $\angle APB = 2 \times \angle ACB.$



3. Sudut keliling menghadap busur sama, besarnya sama. Contoh: $\angle$ACB = $\angle$ADB.
4. Sudut keliling yang menghadap diameter besarnya 90°.

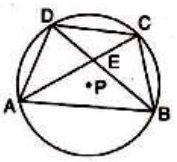
G. Hubungan Sudut Pusat, Panjang Busur, dan Luas Juring.

$$\frac{\angle APB}{\angle CPD} = \frac{\text{luas juring APB}}{\text{luas juring CPD}} = \frac{\angle APB}{\angle CPD} = \frac{\text{panjang busur APB}}{\text{panjang busur CPD}}$$



H. Sifat Segi Empat Tali Busur.

1. Jumlah sudut-sudut yang berhadapan 180°.
   $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$
   $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

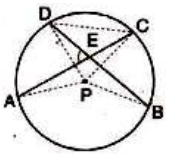


2. Hasil kali panjang diagonal = jumlah perkalian sisi yang berhadapan.
   $AC \times BD = (AB \times CD) + (AD \times BC)$

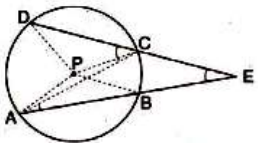
3. Hasil kali bagian diagonal adalah sama.
   $AE \times EC = BE \times ED$

I. Sudut Antardua Tali Busur.

1. Berpotongan di dalam.
   $\angle AED = \angle ACD + \angle BDC$ atau $\angle AED = \frac{1}{2}(\angle APD + \angle BPC)$



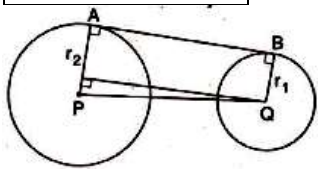
2. Berpotongan di luar.
   $\angle AED = \angle ACD - \angle BDC$ atau $\angle AED = \frac{1}{2}(\angle APD - \angle BPC)$



J. Garis Singgung Lingkaran.

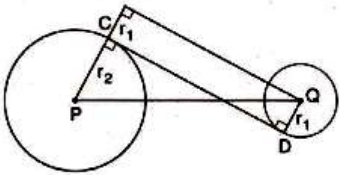
1. Garis singgung persekutuan luar.

$$AB^2 = PQ^2 - (r_2 - r_1)^2$$



2. Garis singgung persekutuan dalam.

$$CD^2 = PQ^2 - (r_2 + r_1)^2$$



Ket:
AB = garis singgung persekutuan luar.
CD = garis singgung persekutuan dalam.
r_1 = jari-jari lingkaran kecil.
r_2 = jari-jari lingkaran dalam.

Contoh

1. Ayah akan membuat taman berbentuk lingkaran dengan jari-jari 35 m. Disekeliling taman akan ditanami pohon cemara dengan jarak 1 m. Jika satu pohon memerlukan biaya Rp25.000,00, seluruh biaya penanaman pohon cemara adalah ....

A. Rp5.900.000,00 C. Rp5.500.000,00
B. Rp5.700.000,00 D. Rp5.200.000,00

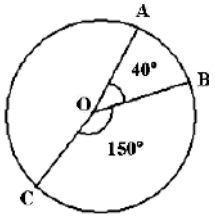
Jawab:

$$\text{keliling} = 2\pi r$$
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 35$$
$$= 220 \text{ m}$$
$$\text{banyak pohon} = \frac{\text{keliling}}{\text{jarak}}$$
$$= \frac{220}{1}$$
$$= 220 \text{ buah}$$
$$\text{biaya} = \text{harga} \times \text{banyak pohon}$$
$$= Rp25.000,00 \times 220$$
$$= Rp5.500.000,00$$

Kunci: C

Contoh

2. Perhatikan gambar!



Pada gambar di samping, panjang busur AB = 32 cm. Panjang busur BC adalah ....

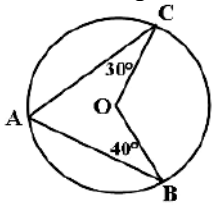
A. 64 cm C. 98 cm
B. 80 cm D. 120 cm

Jawab:

$$\frac{\angle AOB}{\angle BOC} = \frac{\text{Panjang busur AB}}{\text{Panjang busur BC}}$$
$$\frac{40^{\circ\,4}}{150^{\circ\,15}} = \frac{32 \text{ cm}}{\text{Panjang busur BC}}$$
$$\text{BC} = \frac{15}{4} \times 32^{8} \text{ cm} = 120 \text{ cm}$$

Kunci: D

3. Perhatikan gambar!



$\angle BOC$ = ...

A. 70° C. 120°
B. 100° D. 140°

Jawab:

$$\angle BAC = \angle CAO + \angle BAO$$
$$= 30^\circ + 40^\circ$$
$$= 70^\circ$$
$$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$$
$$= 2 \times 70^\circ = 140^\circ$$

Jadi, $\angle BOC = 140^\circ$

Kunci: C